Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский институт государственной противопожарной службы
Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны,
чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий»

Кафедра общеобразовательных дисциплин

МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность

Екатеринбург
2023

Математика [Текст] : методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся. Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность / сост. С. А. Худякова, Т. Б. Ванеева, – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023. – 22 с.

Составители: Худякова С. А., начальник кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук;

Ванеева Т .Б., доцент кафедры общеобразовательных дисциплин КПУ Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся предназначены для студентов, обучающихся по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность, согласно рабочей программе дисциплины «Математика».

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин от 08.09.2023 г. протокол № 1.

© ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
Виды самостоятельной работы по темам дисциплины 5
Степень с действительным показателем 5
Степенная функция 5
Показательная функция 5
Логарифмическая функция 6
Тригонометрические формулы 7
Тригонометрические уравнения 7
Тригонометрические функции 7
Производная и её геометрический смысл 8
Применение производной к исследованию функций 8
Первообразная и интеграл 12
Введение в стереометрию 13
Параллельность прямых и плоскостей 16
Перпендикулярность прямых и плоскостей 17
Многогранники 17
Векторы в пространстве 18
Метод координат в пространстве 18
Цилиндр. Конус. Шар 18
Объёмы тел 19

Введение

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся предназначены для студентов, обучающихся по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 20.02.04 Пожарная безопасность, согласно рабочей программе дисциплины «Математика».

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать справочную и дополнительную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

– аудиторная;

– внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на лекционных и практических занятиях под непосредственным руководством педагога и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется обучающимися по заданию педагога, но без его непосредственного участия.

Виды самостоятельной работы по темам дисциплины

В данном разделе методических рекомендаций приведены основные виды самостоятельной работы по темам курса дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия», приведены типовые задания (задачи) для подготовки к практическим занятиям и контрольным мероприятиям.

Степень с действительным показателем

Выполнить задания по теме.

1. Найдите значение выражения 7^{a-b}, если $\frac{7^a+3\cdot 7^b}{7^a+7^b}=2$.
2. Сравните числа $3^{228\sqrt{11}}$ и $2^{342\sqrt{10}}$.
3. Найдите значение выражения $5^{2x}+5^{2y}+2^{5x}\cdot 5^y - 25^y\cdot 5^x$, если $5^x-5^y=3$, $x+y=3$.

Степенная функция

Выполнить задания по теме.

1. Решите уравнение:
   1) $\sqrt{(9-5x)(3-x)}=9-x$;
   2) $x-\sqrt{25-x^2}=1$;
   3) $\sqrt{\frac{5}{x-4}}=\frac{1}{2}$;
   4) $\sqrt{2x-15}-\sqrt{x+16}=-1$;
   5) $\sqrt{(1-x)(1+x)}=1-x$.
2. Решите неравенство:
   1) $x-\sqrt{25-x^2}\ge 1$;
   2) $\frac{(x-1)(4+2x)}{x^2+4}>0$;
   3) $\frac{\sqrt{x^2+3x}}{2x}+1{,}5\le\frac{\sqrt{4x^2-4x+1}}{-2x}$;
   4) $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}}-x\ge 2$;
   5) $\sqrt{(x-1)^2+\frac{8}{x-1}}\le x+1$.

Показательная функция

Выполнить задания по теме.

1. Решите уравнение:
   1) $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-5}=7$;
   2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}=26$;

3) $2^{3x^2+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-10x}$;

4) $2\cdot 3^{1+x}-5\cdot 9^{x-2}-81=0$;

5) $3^{2x}-30\cdot 3^{x}+81=0$.

2. Решите неравенство:

1) $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-5}>7$;

2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}\le 26$;

3) $2^{3x^2+3}<\left(\frac{1}{2}\right)^{-10x}$;

4) $2\cdot 3^{1+x}-5\cdot 9^{x-2}-81\ge 0$;

5) $3^{2x}-30\cdot 3^{x}+81>0$.

Логарифмическая функция

Выполнить задания по теме.

1. Найдите значение выражения:

1) $6^{3+\log_6 2}$;

2) $\frac{\log_6 8}{\log_{216} 8}$;

3) $\log_3 13\cdot\log_{13} 9$;

4) $7^{3\log_7 2}$;

5) $64\cdot\log_4\sqrt[4]{4}$;

6) $\log_4\log_9 81$;

7) $\log_8 160-\log_8 2{,}5$;

8) $13\cdot 10^{\log_{10} 2}$;

9) $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$;

10) $\log_{\frac{1}{21}}\sqrt{21}$.

2. Решите уравнение:

1) $\log_{\frac{1}{2}}\left(8-2x\right)=-5$;

2) $\log_2\left(11-x\right)=4\cdot\log_2 5$;

3) $\log_7\left(x+7\right)=\log_7\left(2x-9\right)$;

4) $\lg 6+x\lg 5=x+\lg\left(2^x+1\right)$;

5) $\log_3\left(1+\log_2\left(1+3\log_3 x\right)\right)=1$;

6) $\log_x\left(2x^2-4x+3\right)=2$;

7) $\log_2^2\left(4x\right)+2\log_2 x-11=0$.

3. Решите неравенство:

1) $\log_{\frac{1}{2}}\left(8-2x\right)>-5$;

2) $\log_2\left(11-x\right)\le 4\cdot\log_2 5$;

3) $\log_7\left(x+7\right)\le\log_7\left(2x-9\right)$;

4) $\frac{1}{2}\log_{4+x}\left(x^2+2x+1\right)+\log_{-x-1}\left(-x^2-5x-4\right)\le 3$;

5) $\log_{x-2}\log_3\left(\frac{x+3}{x-3}\right)>\log_{\frac{1}{x-2}}\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x-3}{x+3}\right)$.

Тригонометрические формулы

Выполнить задания по теме.

Найти значение выражения:

1) $\sin^2(43^0)+\cos^2(43^0)$;

2) $ctg\left(\pi+x\right)$;

3) $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

4) $\cos(24^0)+\cos(5^0)+\cos(175^0)+\cos(204^0)+\cos(300^0)$;

5) $\frac{(2+2\sin x)(1-\sin x)}{(1+\cos x)(2-2\cos x)}$, если $\operatorname{ctg} x=2$.

Тригонометрические уравнения

Выполнить задания по теме.

Решите уравнение:

1) $2\cos(\pi-3x)=\sqrt{3}$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$;

2) $tg\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$ на отрезке $[0;\pi]$;

3) $2\cos^2 x+4\cos x=3\sin^2 x$;

4) $2\sin^2 x-5\cos x+1=0$;

5) $5-4\sin^2 x=5\cos^2 x$;

6) $\sin x-\cos x=1$;

7) $\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x=0$;

8) $\sin^4 x+\cos^4 x=\sin 2x-0{,}5$.

Тригонометрические функции

Выполнить задания по теме.

Построить графики функций на указанных отрезках. В ответе указать наибольшие и наименьшие значения функции на отрезке.

1) $y=2\sin\left(\frac{x+2\pi}{3}\right)$, $x\in\left[\frac{\pi}{2};2\pi\right]$;

2) $y=0{,}5\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$, $x\in[0;2\pi]$;

3) $y=tg\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{3}\right)$, $x\in\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$;

4) $y=ctg\left(\pi x-\frac{\pi}{4}\right)$, $x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right]$;

5) $y=\sin-\cos x$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Производная и её геометрический смысл

Выполнить задания по теме.

1. Найти производную функции:

1) $y = 4x^2 + 6x^3 - \sqrt[4]{x}$;

2) $y = (5+x)^2 \cdot e^x$;

3) $y = \dfrac{x}{1-x}$;

4) $y = \cos(4x) \cdot e^{2x-8}$;

5) $y = \dfrac{\ln(2x+4)}{x}$;

6) $y = tg(2x) \cdot (x+1)$;

7) $y = \dfrac{x^2}{1+2x}$;

8) $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot 2^{3x-1}$;

9) $y = \dfrac{e^{2x}}{1+x}$;

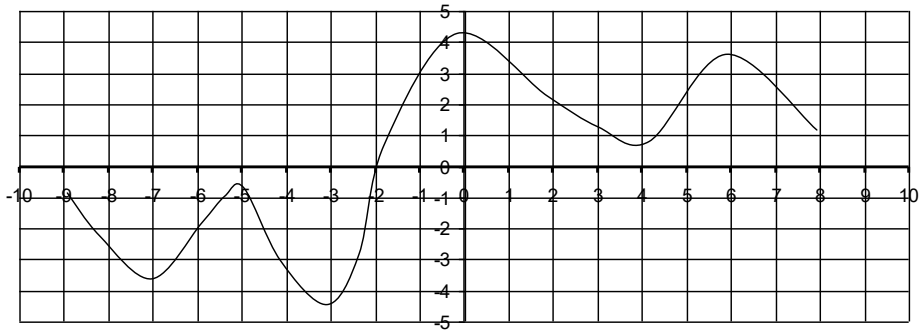
10) $y = 4x \log_3(4x)$.

2. Найти скорость движения материальной точки в момент времени $t = 1c$, если закон движения задан формулой $S = 2x^2 + 2x^3 - 1$.
3. Прямая $y = 7x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 8x + 6$. Найдите абсциссу точки касания.

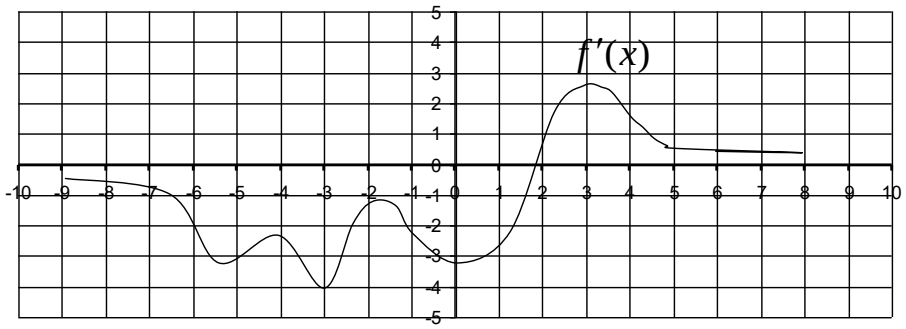
Применение производной к исследованию функций

Выполнить задания по теме.

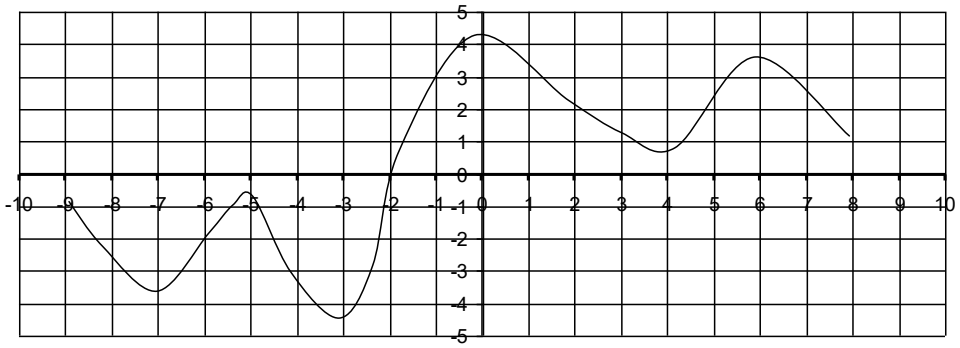
1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $y = f(x)$ отрицательна.



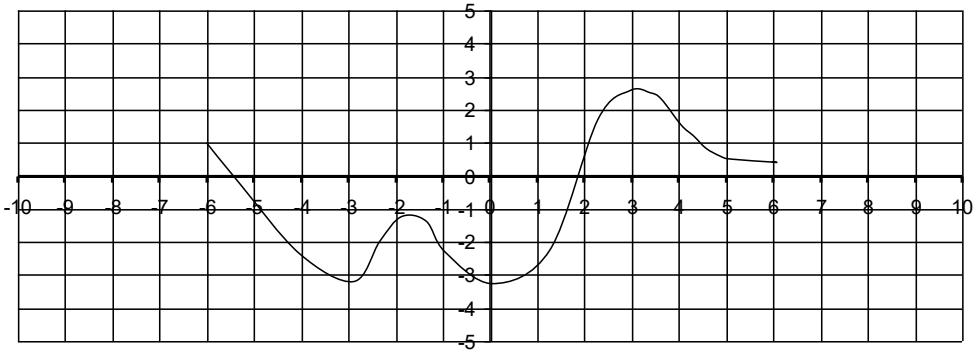
2. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-8; 4]$ функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.



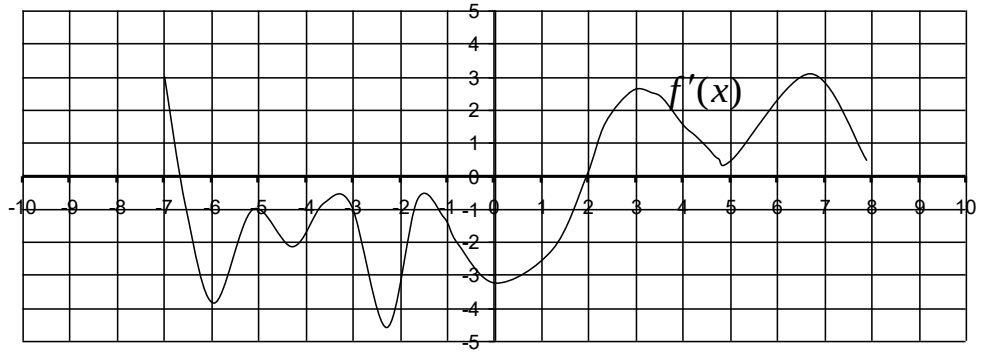
3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $y = f(x)$ положительна.



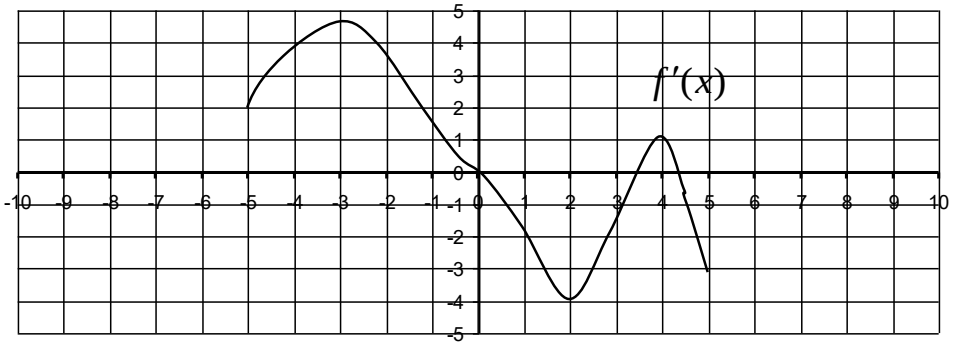
4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -5$.



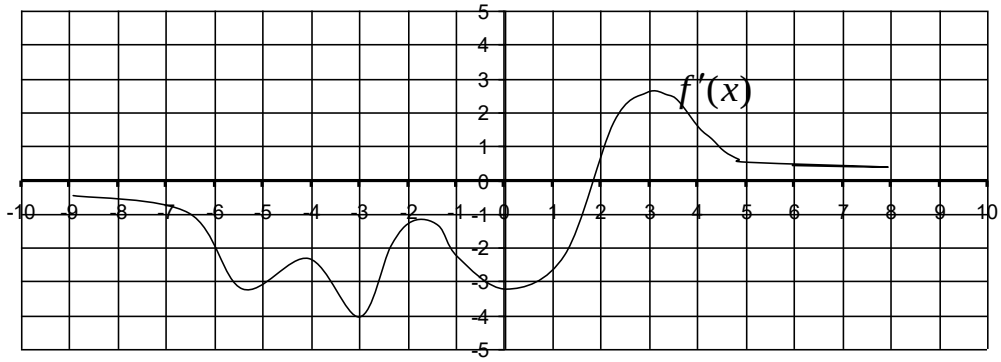
5. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



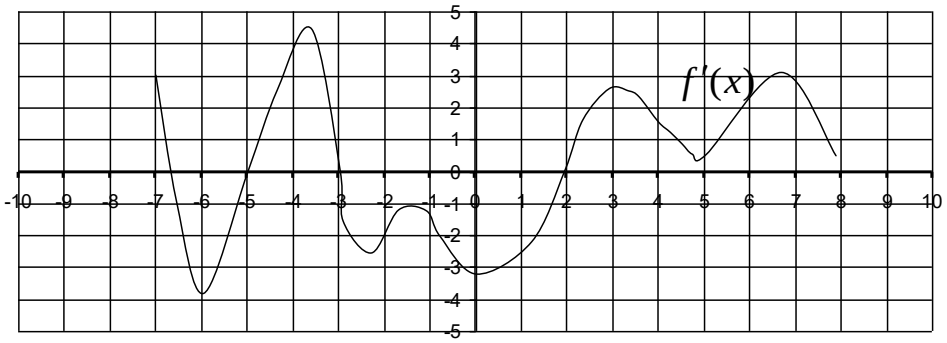
6. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку максимума на интервале $(-3; 3)$.



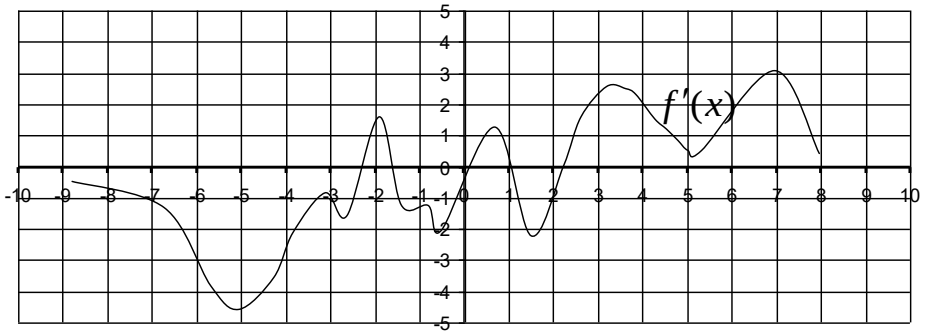
7. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-4; 4]$ функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



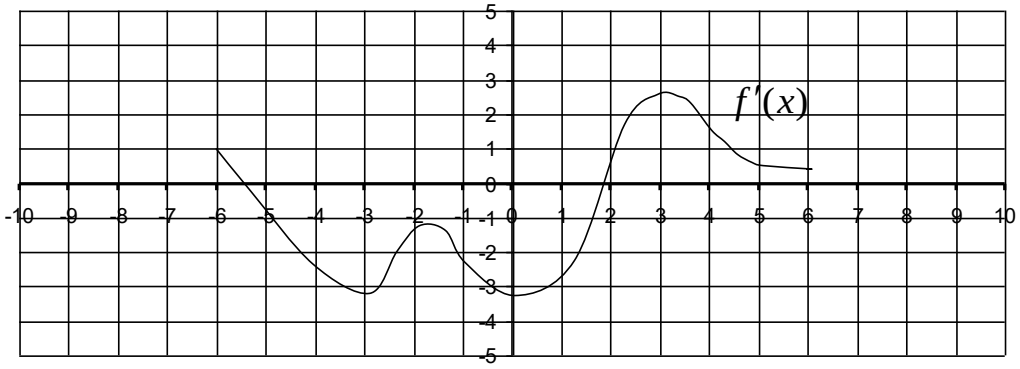
8. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



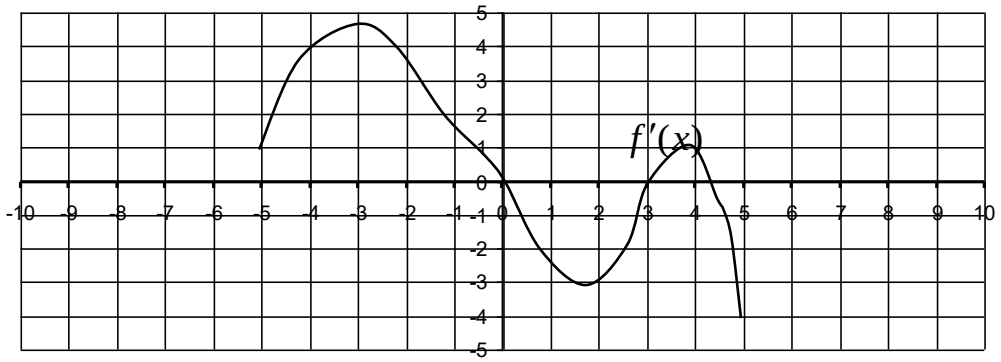
9. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -4x + 1$ или совпадает с ней.



10. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите точку экстремума функции $y = f(x)$ на интервале $(-3; 3)$.



11. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку минимума на интервале $(-3; 4)$.



Первообразная и интеграл

Выполнить задания по теме.

1. Найти первообразную в общем виде:
   1) $f(x) = -5x^4 + 12x - 31$;
   2) $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{4x+1}} + \dfrac{2}{\cos^2 x}$;
   3) $f(x) = -4\sin(4x+5) - \cos(4-x)$.
2. Найти первообразную, график которой проходит через т. $A(x; y)$:
   1) $f(x) = x^3 + x - 3,\ A(1;1)$;
   2) $f(x) = \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{1+x},\ A(3;0)$;
   3) $f(x) = e^{5x} + \sin x,\ A(0;-2)$.
3. Вычислить неопределенные интегралы:
   1) $\int (6x^2 - 2x + 3)\,dx$;
   2) $\int 16(x+1)^3\,dx$;
   3) $\int \dfrac{x^2 + \sqrt{x} - 1}{x}\,dx$;
   4) $\int 6\sin(2x+1)\,dx$;
   5) $\int \cos(4x-3)\,dx$;
   6) $\int \left(e^x + \sqrt[3]{x} - \dfrac{3}{x}\right)dx$.
4. Вычислить определенные интегралы:
   1) $\int\limits_1^2 (8x-1)\,dx$;
   2) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x\,dx$;
   3) $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{x+1}$.

5. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных указанными линиями:

   1) $y=-x^3,\ y=-9x;$ 2) $y=x^2,\ y=4.$

Примерный вариант контрольной работы
«Первообразная и интеграл»

1. Найти первообразную в общем виде:
   a) $f(x)=16x^7+9x^3-3.$
   b) $f(x)=\dfrac{8}{\sqrt{2x+1}}-\dfrac{1}{\sin^2 x}.$
   c) $f(x)=8\cos(2-4x).$
2. Найти первообразную, график которой проходит через т. $A(x;y)$
   a) $f(x)=x^4+2x+4,\ A(1;1).$
   b) $f(x)=-\dfrac{1}{2x}+\dfrac{4}{1+2x},\ A(1;0).$
   c) $f(x)=e^{7x}+\cos x,\ A(0;-7).$
3. Вычислить неопределенные интегралы:
   a) $\int\left(24x^3-5x+5\right)dx.$
   b) $\int\dfrac{x-\sqrt{x}}{x}dx.$
   c) $\int\left(e^{2-3x}+\cos(3x+1)\right)dx.$
4. Вычислить определенные интегралы:
   a) $\int\limits_1^2\left(9x^2-1\right)dx.$
   b) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}4\cos 2x\,dx.$
   c) $\int\limits_0^1\dfrac{dx}{x+4}.$
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2,\ y=-4x.$

Введение в стереометрию

Выполнить задания по теме.

1. Изобразите прямую *a*, лежащую на ней точку *A* и не лежащую на ней точку *B*.

2. Изобразите плоскость α и две пересекающиеся прямые a и b, лежащие на ней.
3. Изобразите плоскость α, лежащие на ней точки A и B, а также точки C и D, расположенные по разные стороны от плоскости α.
4. Изобразите плоскость α и пересекающую ее прямую a.
5. Изобразите плоскости α и β пересекающиеся по прямой с.
6. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M лежит на ребре BB_1, N – на ребре CC_1 и K – на ребре DD_1:
   1) назовите плоскости, в которых лежат точки M и N;
   2) найдите точку пересечения прямых MN и BC. Каким свойством обладает эта точка?
   3) найдите точку пересечения прямой KN и плоскости ABC;
   4) найдите линию пересечения плоскостей MNK и ABC.

Тест по теме

1 вариант

1. Верно ли, что если концы отрезка лежат в данной плоскости, то и его середина лежит в этой плоскости?
2. Точка M не лежит в плоскости треугольника ABC, K – середина MB. Каково взаимное расположение прямых MA и CK?
   1) определить нельзя; 2) скрещиваются;
   3) параллельны; 4) совпадают;
   5) пересекаются.
3. Какие из данных утверждений являются аксиомами стереометрии? (возможно несколько ответов)
   1) через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна;
   2) если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
   3) через любые три точки, не лежащие на прямой, проходит плоскость;
   4) через прямую проходит бесконечное количество плоскостей;
   5) две плоскости не могут иметь только две общие точки;
   6) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна;
   7) если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую.
4. Могут ли три прямые иметь общую точку, но не лежать в одной плоскости?
5. Выберите верное утверждение.
   1) если одна точка прямой лежит в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
   2) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна;
   3) через две пересекающиеся прямые плоскость провести нельзя;

4) любые две плоскости не имеют общих точек;
5) если четыре точки не лежат в одной плоскости, то какие-нибудь три из них лежат на одной прямой.

2 вариант

1. Верно ли, что если две плоскости имеют три общие точки, то эти точки лежат на одной прямой?
2. Прямая a, параллельная прямой b, пересекает плоскость α. Прямая с параллельна прямой b, тогда:
   1) прямые a и c пересекаются;
   2) прямая c лежит в плоскости α;
   3) прямые a и c скрещиваются;
   4) прямая b лежит в плоскости α;
   5) прямые a и c параллельны.
3. Какие из данных утверждений являются следствиями из аксиом стереометрии? (возможно несколько ответов)
   1) через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна;
   2) если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
   3) через любые три точки, не лежащие на прямой, проходит плоскость;
   4) через прямую проходит бесконечное количество плоскостей;
   5) две плоскости не могут иметь только две общие точки;
   6) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна;
   7) если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую.
4. Верно ли, что если три данные точки лежат в каждой из двух различных плоскостей, то они лежат на одной прямой?
5. Назовите общую прямую плоскостей AFD и DEF.
   1) AD; 2) DE; 3) определить нельзя; 4) DF; 5) AF.

Параллельность прямых и плоскостей

Выполнить задания по теме.

1. $ABCD$ – тетраэдр, M – середина AC, $DB = 6$, $MD = 10$, угол $DBM = 90^0$. Постройте: сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину DC параллельно плоскости (DMB). Найдите: Sсеч.
2. Все грани параллелепипеда – прямоугольники, $AD = 4$, $DC = 8$, $CC_1 = 6$, M – середина DC. Постройте: сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через M и параллельной (AB_1C_1). Найти: Pсеч.
3. Через точку M, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b**.** Прямая a пересекает плоскости в точках A_1 и B_1 соответственно, а прямая b в точках A_2 и B_2. Вычислите длину отрезка указанного в соответствующем варианте.

№ варианта	Найти	Если		Ответ
1	MB_2	A_1A_2: B_1B_2=3:5	A_2B_2=16 *см*	MB_2= 6 *см*
2	A_1A_2	A_1B_1: A_1M=7:2	B_1B_2=10 *см*	A_1A_2= 4 *см*
3	MB_2 MA_1	A_1A_2: B_1B_2=3:4	A_1B_1=7 *м*	MB_2=16 *м* MA_1=3 *м*
4	MA_1	MB_2: MA_2=3:1	A_1B_1=6 *см*	MA_1= 1,5 *см*
5	MA_1	A_1A_2: B_1B_2=5:3	A_1B_1=16 *дм*	MA_1= 10 *дм*
6	B_1B_2	A_1A_2: MA_2=5:2	A_1A_2=12 *см*	B_1B_2= 8 *см*
7	A_1A_2	MA_1: A_1B_1=3:5	B_1B_2=6 *м*	A_1A_2= 9 *м*
8	A_1B_1	A_1A_2: B_1B_2=2:3	MA_1=5 *см*	A_1B_1= 12,5 *см*
9	A_1M	A_1A_2: B_1B_2=2:3	A_1B_1=8 *см*	A_1M= 3,2 *см*
11	A_1M	A_2B_2: MB_2=4:3	MB_1=3,9 *м*	A_1M= 1,3 *м*
12	A_1M	MB_2:MA_2=3:2	A_1B_1=4 *дм*	A_1B_1= 1,6 *дм*

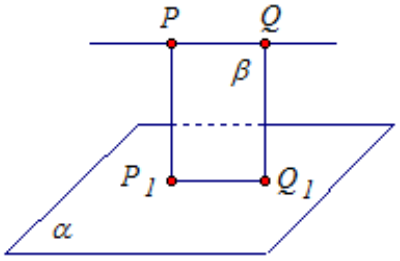
4. Даны две параллельные плоскости α и β. Через точки A и B плоскости α проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β в точках A_1 и B_1. Найдите A_1B_1, если AB=m.

№ варианта	Если AB= m	Ответ
1	5 *см*	5 *см*
2	10 *см*	10 *см*
3	12,5 *см*	12,5 *см*
4	9,7 *см*	9,7 *см*
5	11,3 *см*	11,3 *см*
6	6,4 *см*	6,4 *см*
7	15 *см*	15 *см*
8	23,1 *см*	23,1 *см*
9	14,7 *см*	14,7 *см*
10	7 *см*	7 *см*

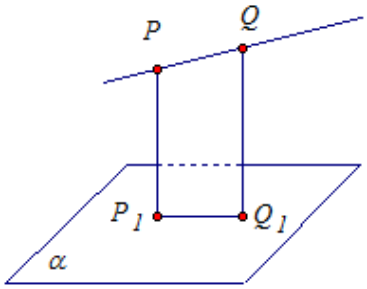
Перпендикулярность прямых и плоскостей

Выполнить задания по теме.

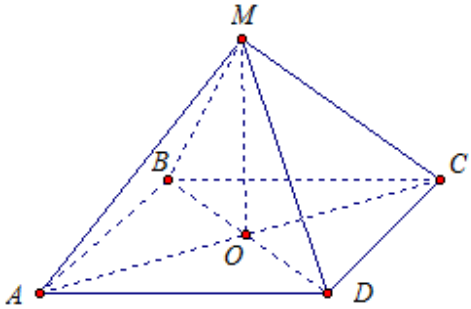
1. Прямая PQ параллельна плоскости α. Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.



2. Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные плоскости α и пересекающие ее соответственно в точках P_1 и Q_1. Найдите P_1Q_1, если PQ = 15 *см*., PP_1 = 21,5 *см*., QQ_1 = 33,5 *см*.



3. Четырехугольник $ABCD$ – квадрат. Точка O его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости квадрата. *а*) Докажите, что $MA = MB = MC = MD$; *б*) Найдите MA, если AB = 4 *см*. OM = 1 *см*.
4. Дано: $ABCD$ – квадрат, O – центр квадрата, $OM \perp ABC$, AB = 4 *см*, OM = 1 *см*. Доказать*:* $MA = MB = MC = MD$. Найти: MA



Многогранники

Выполнить задания по теме.

1. Укажите число плоскостей симметрии у правильной треугольной призмы.
2. Докажите, что число вершин любой призмы четно, а число ребер кратно трем.

Векторы в пространстве

Выполнить задания по теме.

1. Даны координаты точек *А* (-3; 2; -1), *В* (2; -1;-3), *С* (1; -4; 3), *Д* (-1; 2; -2). Найдите $|2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{СД}|$.
2. При каком значении *n* данные векторы перпендикулярны: $\vec{a}$ (2; -1;3) и $\vec{b}$ (1;3; *n*)?
3. Вычислите координаты вектора $2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$ по координатам векторов: $\vec{a}$ (3;1; 1), $\vec{b}$ (-2;0;2) и $\vec{c}$ (1;-1;0).
4. При каких значениях *x* и *y* векторы $\vec{a}$ (*x*;-2;5) и $\vec{b}$ (1;*y*;-3) коллинеарные?
5. Вычислите длину вектора $2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$, если $\vec{a}$ (3;1; 1), $\vec{b}$ (-2;0;2) и $\vec{c}$ (1;-1;0).
6. Найдите длину большей диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ (3;-3;-2) и $\vec{b}$ 1;2;-1).
7. Вершины треугольника *АВС* имеют координаты *А*(-2;0;1), *В*(-1;2;3) и *С*(8;-4;9). Найдите координаты вектора *ВМ*, если *ВМ* медиана треугольника *АВС*.
8. Вычислите длину вектора $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$.
9. В параллелограмме *АВСД* заданы *АВ*(-4;-4;-2), *СВ*(-3;-6;1) и *А*(3;8;-5). Найдите сумму координат точки пересечения диагоналей.
10. Даны три точки *А*(1;0;1), *В*(-1;1;2) и *С*(0;2;-1). Найдите точку *Д*(*x*;*y*;*z*), если векторы *АВ* и *СД* равны.
11. Даны три точки: *А*(1;0;1), *В*(-1;1;2), *С*(0;2;-1). Найдите на оси *Oz* такую точку *D*(0;0;*c*), чтобы векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ были перпендикулярны.

Метод координат в пространстве

Выполнить задания по теме.

1. Даны координаты точек *С* (3; -2; 1), *D* (-1; 2; 1), *М* (2; -3;3), *N* (-1; 1; -2). Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MN}$.
2. Вычислите угол между векторами $\vec{a}$ (2; -2; 0) и $\vec{b}$ (3; 0; -3).
3. Вычислите значение *k* , при котором скалярное произведение векторов $\vec{a}$ (2;*k*;-1) и $\vec{b}$ (3; -1; 2k) равно (-5).
4. Вычислите $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+\vec{a}\vec{c}$, если, $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ и $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$.

Цилиндр. Конус. Шар

Выполнить задания по теме.

1. Высота конуса равна 10, диаметр основания равен 48. Найдите образующую.
2. Высота конуса равна 6, образующая – 10. Найдите диаметр основания конуса.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 72π, а высота – 8. Найдите диаметр основания.
4. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 96π, диаметр основания – 8. Найдите высоту цилиндра.
5. Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.
6. Дано два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
7. Радиусы двух шаров равны 6 и 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

Объёмы тел

Выполнить задания по теме.

1. В правильной треугольной пирамиде *SABC* медианы основания пересекаются в точке *K*. Объем пирамиды равен 42, *SK* = 18. Найдите площадь треугольника *ABC*.
2. В правильной треугольной пирамиде *SABC* медианы основания пересекаются в точке *K*. Объем пирамиды равен 88, площадь треугольника *ABC* равна 11. Найдите *SK*.
3. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объём конуса равен 10.
4. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 3, а высота – 5. Вычислите объём призмы.
5. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2, а высота – 4. Вычислите объём призмы.
6. Объем конуса равен 16π *см*^{3}, а его высота 3 *см*. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
7. Площадь боковой поверхности конуса равна 20, а его образующая 5 *см*. Найдите объем конуса.
8. Основание прямой призмы прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 *см* и острым углом 30^0. Диагональ боковой грани, содержащей катет противолежащий данному углу, равна 13 см. Найдите объем призмы.
9. Основание прямой призмы прямоугольный треугольник с катетом 3 *см* и прилежащим углом 60^0. Диагональ боковой грани, содержащей гипотенузу треугольника, 10 *см*. Найдите объем призмы.

Примерный вариант контрольной работы
«Объемы многогранников и тел вращения»

1. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$ *см*. Найдите его объем.

ИЛИ

Объем куба равен 64 $см^3$. Найдите его диагональ.

ИЛИ

Образующая конуса, равная 12 *см*, наклонена к плоскости основания под углом 30^0. Найдите объём конуса.

ИЛИ

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 *м,* 3 *м*. Объем параллелепипеда равен 36 $м^3$. Найдите его диагональ.

2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.

ИЛИ

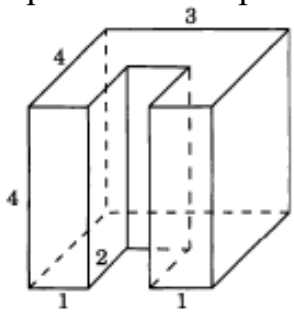
Найдите радиус основания конуса, если его высота 3 *см*, а объем $2,25\pi$ $см^3$.

ИЛИ

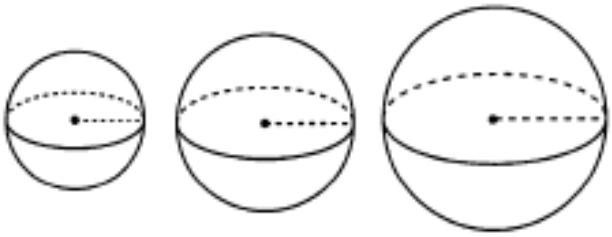
Найдите высоту конуса, если его объем 48π *см3*, а радиус основания 4 *см*.

ИЛИ

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в *см*.

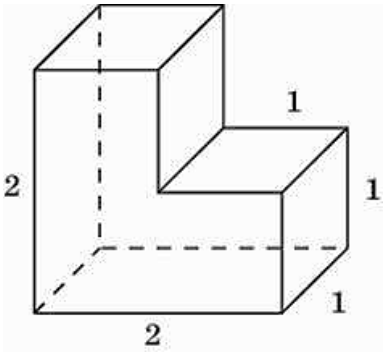


3. Радиусы трех шаров равны 3 *см,* 4 *см* и 5 *см*. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.



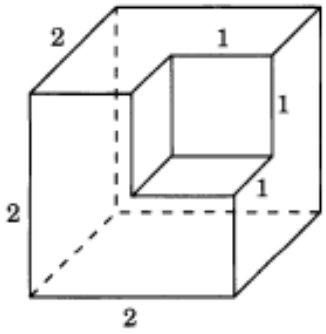
ИЛИ

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на *рис*. даны в *см*.



ИЛИ

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в *см*.



ИЛИ

Найдите объем конуса, если его высота 3 *см*, а радиус основания 1,5 *см*.

4. Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 *м* и высотой 7 *м*, если плотность нефти равна 0,85 *г*/*см*^{3}.

ИЛИ

Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6 *см*, а основание – прямоугольник со сторонами 3 *см* и 4 *см*.

ИЛИ

Найдите площадь поверхности шара и его объем, если радиус шара равен 4 *см*.

ИЛИ

Найдите высоту цилиндра, если его объем равен 24π *см*^{3}, а радиус основания $\sqrt{2}$ *см*.

5. Найдите высоту конуса, если его объем 48π *см*^{3}, а радиус основания 4 *см*.

ИЛИ

Объем шара равен 288π. Найдите площадь его поверхности.

ИЛИ

Найдите радиус основания цилиндра, если его объем равен 120 *см*^{3}, а высота 3,6 *см*.

ИЛИ

Найдите радиус шара и площадь поверхности шара, если его объем равен 113,04 *см*^{3}.

Литература

1. Алимов, Ш. А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций [Текст] : базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов, Ю. К. Колягин, М. В. Ткачева и др. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2019. – 463 с.
2. Атанасян, Л. С. Геометрия 10-11 классы [Текст] : учебник для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 255 с.
3. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа [Текст] : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. – М. : Юрайт, 2017. – 200 с.
4. Ванеева, Т. Б. Математика **[Электронный ресурс]** : методические рекомендации по дисциплине. Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность / сост. Т. Б. Ванеева, С. А. Худякова, – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023. – 29 с. – Режим доступа: **http://10.97.170.7**
5. Ванеева, Т. Б. Математика **[Электронный ресурс]** : методические рекомендации по подготовке к экзамену. Специальность 20.02.04 Пожарная безопасность / сост. Т. Б. Ванеева, С. А. Худякова, – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2023. – 23 с. – Режим доступа: **http://10.97.170.7**